

Théorie entrée/sortie d'air des réseaux d'eau (en régime établi)

Mathieu COMELLI et Claude FRANGIN
Cabinet EauServiceProjet *
Document provisoire

Sommaire

1. Généralités	2
2. Terminologie et unités	3
3. Modélisation	4
4. Théorie sortie de l'air	5
5. Théorie de l'entrée d'air	9
6. Synthèse	13
7. Commentaires et applications	15
Annexe : Equations de mécanique des fluides et thermodynamique	20
Bibliographies:	25

Exemples d'appareils d'entrée et/ou sortie d'air en situation



Ventouse à petit orifice



Clapet d'entrée d'air

* EauServiceProjet – 8, rue Pdt Kruger 69008 LYON - France

www.eauserviceprojet.fr

Tél. 06 07 37 40 25 - claudefrangin@gmail.com

1. Généralités

Préalable

Cet article est destiné à faire partie d'un document plus général en cours de préparation par EauServiceProjet ayant pour objet d'apporter un éclairage sur les différentes problématiques en lien avec l'air dans les réseaux et d'explicitier les règles de dimensionnement des dispositifs d'entrée/sortie d'air des réseaux d'eau et d'assainissement.

On rappelle que tous les réseaux d'eau, sans exception, sont concernés par l'entrée/sortie d'air ne serait-ce que lors de la mise en eau, car pour pouvoir mettre de l'eau dans une conduite, il faut nécessairement enlever l'air contenu initialement dans la conduite.

Très souvent on assimile les pertes de charge d'un appareil d'entrée sortie d'air à une perte de charge singulière de type $\Delta H = \alpha.Q^2$, l'objet de cet article est de présenter une modélisation de ces appareils plus proches de la réalité.

Fonctions des appareils d'entrée sortie d'air des réseaux d'eau

Les fonctions des appareils d'entrée/sortie d'air des réseaux sont décrites dans la norme NF EN 1074 partie 4, à savoir :

Fonction désaéragé :

Evacuation d'air à grand débit

Fonction aéraé

Admission d'air à grand débit

Fonction dégazage

Purge de l'air, vers l'extérieur, présent dans la conduite

Catégories usuelles

L'on distingue 2 catégories usuelles des dispositifs d'entrée et/ou sortie d'air des réseaux d'eau :

Les appareils à grand débit également dénommé appareil à large orifice

Les appareils à petit débit également dénommé appareil à petit orifice

Nota :

La terminologie large et petit orifice est surtout utilisée dans la littérature d'origine anglo-saxonne.

Ventouses symétriques et dissymétriques

Une ventouse peut être de type symétrique ou dissymétrique suivant que la section de sortie d'air est égale ou non à celle d'entrée d'air.

Conditions d'application

Cette étude ne concerne que les aspects théoriques d'écoulement d'air au travers d'une ventouse en supposant que l'obturateur ou le flotteur de la ventouse reste immobile et en position grand ouverte.

Pour mémoire, des équipements spécifiques ou des dispositions géométriques sont de nature à impacter le fonctionnement de la ventouse (effet aéro-cinétique, dispositif de fermeture anticipée (« anti-slam » dans la littérature anglo-saxon), présence d'un organe de sectionnement (grand ouvert ou en position intermédiaire), ..).

2. Terminologie et unités

Unités

$P_{atm} = 1013 \text{ hPa} = 1,013 \text{ bar} = 10,33 \text{ mCE}$
 $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10,19 \text{ mCE}$

Vitesse du son et/ou célérité

a (dans le cas des écoulements d'air) :

a = Vitesse du son dans l'air (fonction de la température).

a (dans le cas des écoulements d'eau) :

a = Célérité des ondes dans une conduite d'eau

(Fonction de la compressibilité de l'eau et de l'élasticité de la conduite).

Pression

P_{cic} Pression relative en Condition Interne Conduite (en mCE)

P_{cic}^a Pression absolue en Condition Interne Conduite ($P_{cic}^a = P_{cic} + 10,33$ en mCE)

P_0 Pression d'arrêt isentropique de l'écoulement

P_{cn} Pression relative en Condition Normale (en mCE)

P_{cn}^a Pression absolue en Condition Normale (en mCE)

P_{ext} Pression extérieur en absolue en mCE

(dépend de l'altitude, $P_{ext} = 10,33 \text{ mCE}$ au niveau de la mer)

Débit d'air

Q_{cic} Débit d'air en Condition Interne Conduite (en m³/s)

Q_{cn} Débit d'air en Condition Normale (en m³/s)

Q_m Débit massique (en kg/m³)

Nombre de Mach

$M = V / a$ soit vitesse de l'air / vitesse de l'onde

Écoulement sub/supersonique

Écoulement subsonique : Vitesse inférieure à la vitesse du son dans l'air ($M < 1$)

Écoulement sonique : Vitesse égale à la vitesse du son dans l'air ($M = 1$)

Écoulement supersonique : Vitesse supérieure à la vitesse du son dans l'air ($M > 1$)

Écoulement isentropique:

La variation d'entropie de long de l'écoulement est nulle, la transformation est réversible (absence de choc notamment).

Divers

D_{te} Diamètre de tuyère équivalente du dispositif d'entrée/sortie d'air (en m).

S_c Section au col (col de diamètre D_{te}) (en m²)

d Diamètre de l'orifice d'entrée et/ou sortie d'air (en m)

D_c Diamètre de la conduite principale (en m)

T_{ext} Température extérieur (en Kelvin)

T_{cic} Température condition interne conduite (en Kelvin)

3. Modélisation

Modélisation d'un appareil d'entrée/sortie d'air par une tuyère équivalente

Un dispositif d'entrée et/ou sortie d'air est notamment composé d'un orifice permettant à l'air d'entrer et/ou de sortir. Cet orifice est dimensionnant pour le choix du dispositif à mettre en œuvre. En assimilant cet orifice à une tuyère, il sera possible d'appliquer directement des formulations mathématiques.

Un appareil d'entrée et/ou sortie d'air peut ainsi être modéliser par un orifice profilé de type tuyère dénommé «Dte» (Diamètre de tuyère équivalente), en considérant la présence d'une seule section contractée dans l'appareil, aussi bien en entrée d'air qu'en sortie d'air.

Suivant les configurations d'écoulement, un même appareil peut être représenté par une valeur de Dte différente en entrée d'air et en sortie d'air.

Au col de la tuyère l'écoulement sera dit critique lorsque les conditions d'écoulement sonique sont atteintes (vitesse de l'écoulement égale à la vitesse du son, soit $M = 1$).

Limite de la modélisation par un Dte

La modélisation d'un appareil d'entrée et/ou sortie d'air par un Dte est une approche théorique simplificatrice.

Cette approche permet de caractériser un appareil complexe par une dimension géométrique.

Hypothèses et définitions

On fait l'hypothèse que l'air se comporte comme un gaz parfait.

Débit en condition interne et/ou en condition normale

Compte tenu de la compressibilité de l'air, un débit d'air volumique n'a de sens que rapporté à la pression à laquelle il est mesuré, c'est pourquoi nous pouvons parler soit de débit rapporté aux Conditions Normales de température et de pression (20°C, P atmosphérique) : Q_{cn} , soit de débit rapporté aux Conditions de pression Interne Canalisation : Q_{cic} .

Ces 2 débits étant dans le rapport des pressions absolues (à température constante).

$$Q_{cic} = Q_{cn} \cdot \frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} = Q_{cn} \cdot \frac{10,33}{10,33 + P_{cic}} \quad \text{- Formule F1 -}$$

avec P_{cic} : pression intérieure conduite en relatif en mCE

Observation

On remarquera que l'auteur d'un projet est en priorité intéressé par le débit d'air Q_{cic} (volumique) car lors des opérations de remplissage ou de vidange des conduites, ce débit est rigoureusement égal au débit d'eau dans la canalisation.

En effet, lors d'un remplissage de la conduite, le volume d'air extrait de la canalisation est remplacé par le même volume d'eau, ce qui se traduit par l'égalité des débits volumiques en eau et en air en Conditions Internes Conduites, il en est de même lors d'une vidange de la conduite, soit $Q_{cic} = Q_{eau}$:

$$Q_{cic} = Q_{eau} \quad \text{- Formule F2 -}$$

4. Théorie sortie de l'air

4.1 Modélisation

On assimile le dispositif d'entrée sortie d'air à une tuyère. La structure du dispositif s'apparente à un convergent donc le col de la tuyère correspond avec la section de contrôle du débit d'air. L'écoulement ne s'arrête néanmoins pas à la sortie du convergent et on peut considérer un divergent "virtuel". Lorsque la différence de pression entre l'intérieur de la conduite et l'extérieur est suffisamment important, on dit le col est sonique, c'est-à-dire que le nombre de Mach $M=1$ dans la section du col. Si l'écart de pression grandit encore, alors l'écoulement est supersonique ($M>1$).

L'appareil de sortie d'air est ainsi modélisé par une tuyère équivalente selon schéma ci-dessous:

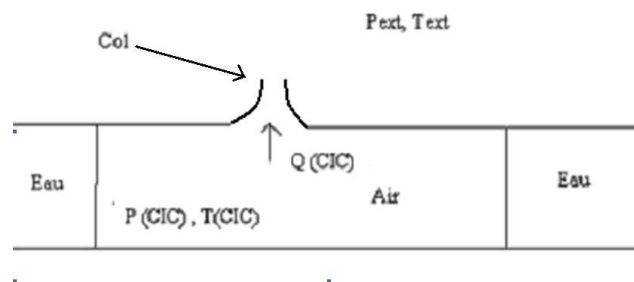


Illustration - 1 –

L'écoulement de l'air à travers le dispositif de sortie d'air subit plusieurs transformations selon les conditions de fonctionnement. Le débit de sortie d'air Q_{cic} correspondant au débit volumique qui est évacué de la conduite et se situant à l'entrée de la tuyère (côté conduite). Ce débit sera dépendant des conditions de pression et de température.

Pour mémoire, le débit massique d'air est donné par $Q_m = Q_{cic} \cdot \rho_{cic}$.

Il est intéressant d'avoir le débit volumique d'air car il est identique au débit d'eau.

Les lois d'écoulements d'air au col de la tuyère sont différentes entre un écoulement subsonique ou supersonique. La transition correspond aux conditions soniques atteintes pour un nombre de Mach $M = 1$

Condition de pression

Dans le cas de la sortie d'air le col de la tuyère P_c est à la pression extérieure P_{ext} donc

$$P_c = P_{ext}$$

La relation d'écoulement isentropique entre un état d'arrêt et un état quelconque, en considérant que l'écoulement est sonique est :

$$P / P_0 = 0,528$$

En sortie d'air, le col de la tuyère est coté extérieur et donc la pression est :

$$P = P_c = P_{ext} = 10,33 \text{ mCE}$$

La pression d'arrêt de l'écoulement est donnée par l'état interne de la conduite donc :

$$P_0 = P_{cic}^a = P_{cic} + 10,33 \text{ (mCE)}$$

On en déduit que pour avoir un écoulement sonique il faut :

$$10,33 / (P_{cic} + 10,33) = 0,528$$

$$\text{Donc } P_{cic} = 9,22 \text{ mCE}$$

$$(\text{=} 0,904 \text{ bar en relatif} = 1,92 \text{ bar en absolue}).$$

Pour $P_{cic} > 9,22 \text{ mCE}$, l'écoulement est supersonique.

Pour $P_{cic} < 9,22 \text{ mCE}$ l'écoulement est subsonique.

4.2 Cas de l'évacuation sous faible pression

Dans le cas où la pression à l'intérieur de la conduite est faible (exemple de l'évacuation d'air par un grand orifice ne permettant la pressurisation de la conduite) l'écoulement est subsonique (vitesse de l'écoulement au col de la tuyère inférieure à la vitesse du son, $M < 1$). L'écoulement est alors isentropique (pas d'onde de choc).

La pression absolue au col est $P_c = P_{ext}$ car la pression est homogène à l'extérieur et il n'y a pas de choc.

En utilisant la conservation de la masse $\rho_c \cdot Q_c = \rho_{cic} \cdot Q_{cic}$ et $Q_c = V_c \cdot S_c$ on en déduit :

$$Q_{cic} = \frac{\rho_c}{\rho_{cic}} \cdot V_c \cdot S_c$$

On cherche le terme $\frac{\rho_c}{\rho_{cic}}$

On considère la détente isentropique entre l'état "CIC" à l'intérieur de la conduite et l'état au col

de la tuyère. On utilise la loi de Laplace $\frac{P_{cic}^a}{\rho_{cic}^\gamma} = \frac{P_{ext}}{\rho_c^\gamma}$ donc $\frac{\rho_c}{\rho_{cic}} = \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$

Vitesse de l'écoulement au col

En considérant que l'état "CIC" est au repos (voir calculs en annexe). La vitesse de l'écoulement est donnée par la formule :

$$V = 760 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{P_c}{P_{cic}^a} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

On en déduit le débit (avec $\gamma = 1,4$) :

$$Q_{cic} = 760 \cdot S_c \cdot \sqrt{\left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} \right)^{1,429} - \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} \right)^{1,714}}$$

- Formule F3 -

(Les pressions sont en valeurs absolues)

Et sachant que $Q_{cic} = Q_{cn} \cdot \frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} = Q_{cn} \cdot \frac{10,33}{10,33 + P_{cic}}$ donc :

$$Q_{cn} = 760 \cdot S_c \cdot \sqrt{\left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} \right)^{-0,571} - \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} \right)^{-0,286}}$$

- Formule F4 -

Remarques importantes

Pour $M=1$, $P_{ext} / P_{cic} = 0,528$ – donc $Q_{cic} / S_c = 196,44 \text{ m/s}$

La perte de charge de l'appareil de sortie d'air est $\Delta H = P_{cic} - P_{ext}$

4.3 Cas de l'évacuation sous forte pression

Dans le cas où la pression à l'intérieur de la conduite est forte (exemple de l'évacuation d'une poche d'air par un petit orifice à la pression de service), le régime d'écoulement change lorsque la pression amont $P_{cic} > 9,22 \text{ mCE}$ (en relatif). L'écoulement est supersonique et n'est alors plus isentropique (présence d'un choc).

Vitesse de l'écoulement au col

L'écoulement au col de la tuyère est sonique donc la vitesse de l'écoulement au col est :
 $V = 0,913 \cdot a_0 = 310,4$ (avec $a_0 = 340 \text{ m/s}$).

Débit

En utilisant la formule du débit massique en sonique (voir calculs en annexe) on peut déterminer le débit Q_{cic} à l'intérieur de la conduite.

$$\frac{Q_{m_{sonique}}}{Sc} = 0,68473 \cdot \frac{P_0}{\sqrt{r \cdot T_0}}$$

Dans le cas de la sortie d'air $P_0 = P_{cic}$ donc $Q_m = 0,68473 \cdot Sc \cdot \frac{P_{cic}}{\sqrt{r \cdot T_{cic}}}$

De plus $Q_m = \rho_{cic} \cdot Q_{cic}$ et en utilisant $P_{cic} = \rho_{cic} \cdot r \cdot T_{cic}$ (loi des gaz parfait)

on obtient :

$$Q_{cic} = 0,68473 \cdot Sc \cdot \sqrt{r \cdot T_0} \quad (\text{Avec l'hypothèse que } T_{cic} = T_0 = T_{ext})$$

On peut alors calculer le débit (avec $r=287$, $T_0=293 \text{ K}$) :

$$\boxed{Q_{cic} = 198,56 \cdot Sc} \quad \text{- Formule F5 -}$$

En utilisant la relation $Q_{cic} = Q_{cn} \cdot \frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} = Q_{cn} \cdot \frac{10,33}{10,33 + P_{cic}}$ on en déduit le débit en condition normale :

$$\boxed{Q_{cn} = 198,56 \cdot \frac{P_{cic}^a}{P_{ext}} \cdot Sc} \quad \text{- Formule F6 -}$$

Vérification cohérence des formules :

On vérifie qu'à la limite entre subsonique et supersonique, à $M=1$ les deux relations de débits (pour $M>1$ et $M<1$) sont cohérentes.

Formulation sous faible pression : $\frac{Q_{cic}}{Sc} = 196,44 \text{ m/s}$

Formulation sous forte pression : $\frac{Q_{cic}}{Sc} = 198,56 \text{ m/s}$

Soit un écart de 1 % (écart négligeable devant les variations possibles des paramètres de l'écoulement comme les températures, ...).

Remarques

Pour le cas $M = 1$, on dit que la tuyère est sonique ou que l'écoulement est critique. On est à la limite de voir l'apparition d'un choc.

Dans les conditions d'écoulement supersonique en sortie d'air le débit massique Q_m est constant (effet de blocage du débit par onde de choc au niveau du col). Cette propriété peut être mise à profit pour contrôler un débit de remplissage de la conduite ($Q_{cic} = Q_{eau}$)

La perte de charge de l'appareil de sortie d'air est $\Delta H = P_{cic} - P_{ext}$

4.4 Application numérique

On peut exposer quelques valeurs dans le tableau ci-dessous.

	Subsonique				Sonique	Supersonique		
Pcic relative (mCE)	2	4	6	8	9,22	10	20	50
Pression absolue	12,33	14,33	16,33	18,33	19,55	20,33	30,33	60,33
Vc (m/s)	168,8	227,2	266,3	295,6	310,4	310,4	310,4	310,4
Qcic/Sc (m/s)	148,5	179,5	191,7	195,9	196,44	198,56	198,56	198,56
Qcn/Sc (m/s)	177,3	249	303	347,6	371,8	390,8	583	1145,3

Qcic/Sc est une vitesse fictive que l'on peut dénommer Vcic par commodités de calcul.

Qcn/Sc est une vitesse fictive que l'on peut dénommer Vcn par commodités de calcul.

Vc est la vitesse effective au col

Remarques :

La vitesse au col ne dépasse pas 310,4 m/s, l'écoulement au col de la tuyère est sonique.

La dernière ligne donne $V_{cic} = \frac{Q_{cic}}{S_c}$, le débit d'air que l'on expulse de la conduite sur

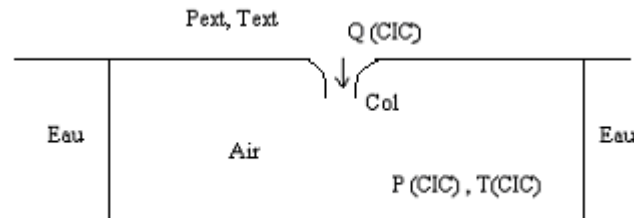
la section de passage du dispositif de sortie d'air. On peut déterminer la section nécessaire pour un débit donnée ou le débit d'air pour une section donnée en fonction des conditions de fonctionnement (pression intérieur conduite).

Vcic n'excède pas 198,56 m/s, cela est dû à un blocage du débit massique au niveau du col de la tuyère.

5 Théorie entrée d'air

5.1 Modélisation

L'appareil de sortie d'air est modélisé par une tuyère équivalente selon schéma ci-dessous:



- Illustration 2 -

L'entrée d'air peut se faire dans des conditions subsonique ($M < 1$) ou supersoniques ($M > 1$). L'état de l'écoulement sonique (à la limite entre subsonique et supersonique) est atteint pour $M = 1$.

Dans ce cas, on a la relation sur les pressions $\frac{P}{P_0} = 0.528$.

L'écoulement est bien généré par un état statique en amont de la tuyère qui est l'extérieur $P_0 = P_{ext}$.

La pression au col de la tuyère est donné par $P = P_c = P_{cic}^a$, la pression absolue à l'intérieur de la conduite.

On obtient alors pour les conditions soniques: $P_{cic}^a = 0,528.P_{ext} = 0,535$ bar.

Ce qui correspond à une pression relative à l'intérieur de la conduite de - 4,87 mCE ($P_{cic} = - 0,478$ bar en relatif).

Pour $P_{cic} < - 4.87$ mCE, l'écoulement est supersonique, et pour $P_{cic} > - 4.87$ mCE l'écoulement est subsonique.

Remarques :

Dans les formules données pour les débits les températures sont exprimées en Kelvin. Les écarts de températures sont généralement faibles et on peut considérer que $T_{ext} = T_{cic}$, la température de l'air extérieur et de l'air qui vient de rentrer dans la conduite sont sensiblement les mêmes.

5.2 Cas de l'entrée sous faible dépression

L'écart entre la pression interne de la conduite et la pression extérieure est faible et le nombre de Mach M reste inférieur à 1 tout le long de l'écoulement. On est ici en régime subsonique (pour $P_{cic} > -4.87$ mCE).

On fait l'hypothèse que la pression de l'air est homogène dans la conduite (y compris à la sortie de la tuyère): la pression au col $P_c = P_{cic}^a$.

L'écoulement est subsonique, on a alors un écoulement isentropique.

La vitesse d'écoulement au col est donnée par $V = 760 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{P_{cic}^a}{P_{ext}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$

Le débit d'air qui passe par la tuyère est $Q_c = V_c \cdot S_c$ où S_c est le diamètre de la tuyère

$$S_c = \frac{\pi \cdot D_{te}^2}{4}$$

En utilisant la conservation de la masse $\rho_c \cdot Q_c = \rho_{cic} \cdot Q_{cic}$ on en déduit $Q_{cic} = \frac{\rho_c}{\rho_{cic}} \cdot V_c \cdot S_c$

En utilisant la loi des gaz parfaits $P = \rho \cdot r \cdot T$ et en considérant $P_{cic} = P_c$ on en déduit

$$\frac{\rho_{cic}}{\rho_c} = \frac{T_c}{T_{cic}}$$

Or à partir de la loi de Laplace $P_c^{1-\gamma} \cdot T_c^\gamma = P_{ext}^{1-\gamma} \cdot T_{ext}^\gamma$

On détermine $T_c = \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T_0$

On en déduit le débit (avec $\gamma = 1,4$):

$$Q_{cic} = \frac{T_{cic}}{T_{ext}} \cdot S_c \cdot 760 \cdot \sqrt{\left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{0,571} - \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{0,286}} \quad \text{- Formule F7 -}$$

En utilisant la relation $Q_{cic} = Q_{cn} \cdot \frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} = Q_{cn} \cdot \frac{10,33}{10,33 + P_{cic}}$ on en déduit le débit en

condition normale :

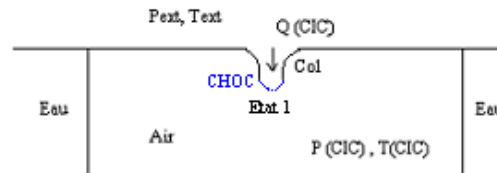
$$Q_{cn} = \frac{T_{cic}}{T_{ext}} \cdot S_c \cdot 760 \cdot \sqrt{\left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{-1,429} - \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{-1,714}} \quad \text{- Formule F8 -}$$

Remarque: Dans le cas $M=1$, $\frac{P_{cic}^a}{P_{ext}} = 0.528$ donc $\frac{Q_{cic}}{S_c} = 372,13$ m/s

5.3 Cas de l'entrée d'air sous forte dépression

L'écart entre la pression interne de la conduite et la pression extérieure est suffisamment grand pour avoir $M = 1$ au col de la tuyère. Dans ce cas l'écoulement devient supersonique ($M > 1$ après le col) et une onde de choc se forme en aval du col pour passer de l'état supersonique dans la tuyère à l'état subsonique dans la conduite. Contrairement au cas isentropique précédent, on a un choc irréversible et la pression au col de la tuyère P_c est différente de la pression interne de la conduite P_{cic} en raison du choc.

On note avec l'indice 1 l'état de l'écoulement juste après le choc. On a $P_{c1} = P_1$ car la pression homogène dans la conduite.



- Illustration 3 -

De la même façon que pour la sortie d'air:

On utilise la formule du débit massique (voir calculs en annexe) :

$$\frac{Qm_{sonique}}{Sc} = 0,68473 \cdot \frac{P_0}{\sqrt{r \cdot T_0}}$$

Dans le cas d'entrée d'air $P_0 = P_{ext}$ et $T_0 = T_{ext}$ donc $Qm = 0,68473 \cdot Sc \cdot \frac{P_{ext}}{\sqrt{r \cdot T_{ext}}}$

De plus, $Qm = \rho_{cic} \cdot Q_{cic}$ donc en utilisant $P_{c1}^a = \rho_{c1} \cdot r \cdot T_{c1}$ et sous l'hypothèse

$T_{c1} = T_{ext}$ on obtient : $Q_{cic} = 0,68473 \cdot Sc \cdot \frac{P_{ext}}{P_{c1}^a} \sqrt{r \cdot T_{ext}}$

A.N : $T_{ext} = 293 \text{ K}$ et $r = 287$

$$Q_{cic} = 198,56 \cdot Sc \cdot \frac{P_{ext}}{P_{c1}^a} = 198,56 \cdot Sc \cdot \frac{P_{ext}}{P_{c1} + 10,33} \quad \text{- Formule F9 -}$$

En utilisant la relation $Q_{cic} = Q_{cn} \cdot \frac{P_{ext}}{P_{c1}^a} = Q_{cn} \cdot \frac{10,33}{10,33 + P_{c1}}$ on en déduit le débit en

condition normale :

$$Q_{cn} = 198,56 \cdot Sc \quad \text{- Formule F10 -}$$

Remarques :

- Le débit en condition normale dans le cas d'une forte dépression est constant.
- L'écoulement est sonique donc $V = 0,913 \cdot a_0 = 310,4 \text{ m/s}$
- On vérifie qu'à la limite entre subsonique et supersonique, à $M=1$ les deux relations de débit (pour $M > 1$ et $M < 1$) sont cohérentes.

Formulation sous faible dépression : $\frac{Q_{cic}}{Sc} = 372,13 \text{ m/s}$

Formulation sous forte dépression : $\frac{Q_{cic}}{Sc} = 375,66 \text{ m/s}$

Soit un écart de 0,8 % (écart largement admissible compte tenu des approximations de calcul, et négligeable devant les variations possibles des paramètres de l'écoulement comme les températures, γ , ...).

5.4 Application numérique

On peut exposer quelques valeurs dans le tableau ci-dessous (calculées avec $T_{ic}=T_{ext}$)

	Subsonique					Sonique	Supersonique			
P. relative (mCE)	-1	-2	-3	-4	-4,7	-4,87	-5	-6	-7	-8
P. absolue (mCE)	9,33	8,33	7,33	6,33	5,63	5,46	5,33	4,33	3,33	2,33
Vc(m/s)	128,8	185,7	232,3	274,8	303,4	310,4	310,4	310,4	310,4	310,4
Qcic/Sc (m/s)	132,5	197,4	256,1	315,9	360,7	372,13	375,7	473,7	616	880,3
Qcn/Sc (m/s)	119,7	159,1	181,8	193,6	196,6	196,7	198,6	198,6	198,6	198,6

Remarque :

En entrée d'air, le débit massique est effectivement bloqué sous forte dépression mais l'air qui rentre dans la conduite se détend jusqu'à atteindre la pression interne de la conduite P_{cic} et ainsi combler le volume libéré par l'eau. Dans le cas des courbes d'admission d'air rapporté aux conditions internes conduite il n'y a pas lieu de les limiter à la valeur de la pression critique de - 4,87 mCE.

6 - Synthèse

On considère dans cette synthèse que $T_{ext} = T_{cic} = 293 \text{ K}$ et que $P_{ext} = 10,33 \text{ mCE}$

Rappels

$$Q_{cic} = Q_{cn} \cdot \frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} = Q_{cn} \cdot \frac{10,33}{10,33 + P_{cic}}$$

$$Q_{cic} = Q_{\text{eau}}$$

$$S_c = \pi \cdot D_{te}^2 / 4$$

Sortie d'air

Faible pression interne (subsonique avec $P_{cic} < 9,22 \text{ mCE}$)

$$Q_{cic} = 760 \cdot S_c \cdot \sqrt{\left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{1,429} - \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{1,714}} \quad \text{et} \quad Q_{cn} = 760 \cdot S_c \cdot \sqrt{\left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{-0,571} - \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{-0,286}}$$

Forte pression interne (sonique avec $P_{cic} > 9,22 \text{ mCE}$)

$$Q_{cic} = 198,56 \cdot S_c \quad \text{et} \quad Q_{cn} = 198,56 \cdot \frac{P_{cic}^a}{P_{ext}} \cdot S_c$$

Entrée d'air

Faible dépression interne (subsonique avec $P_{cic} > -4,87 \text{ mCE}$)

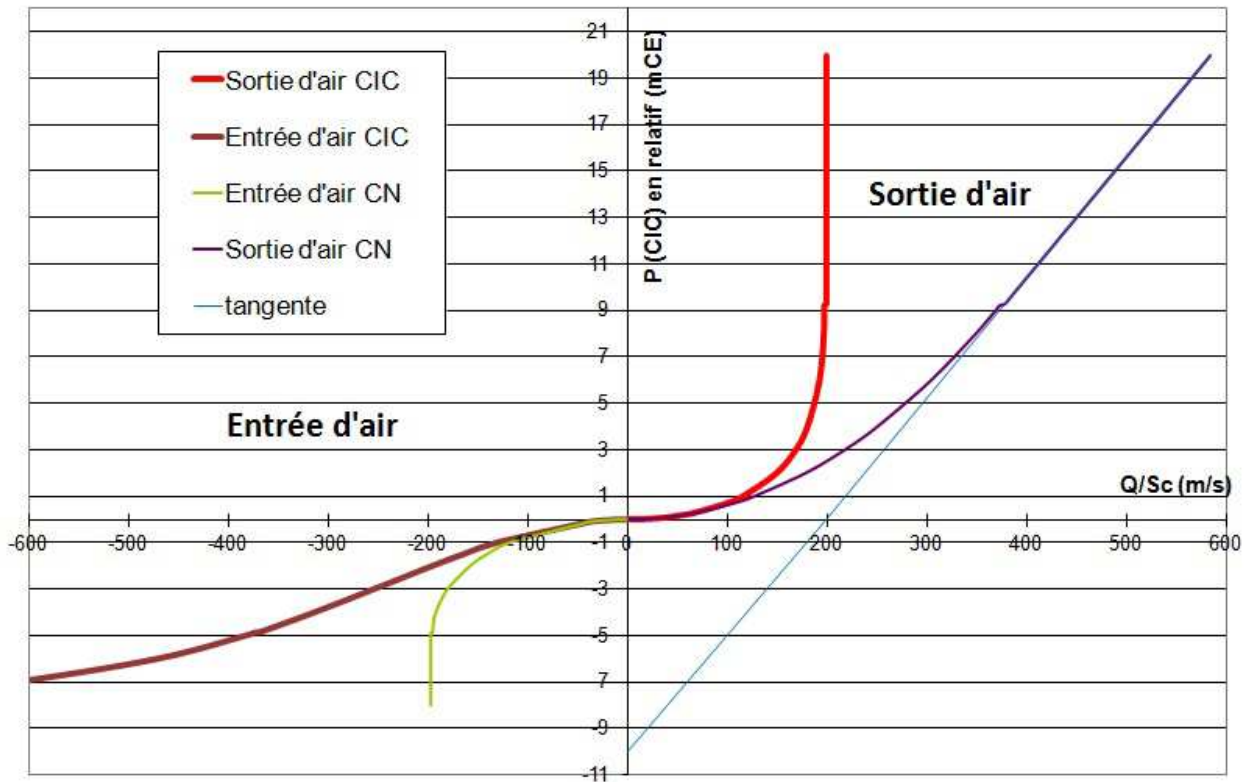
$$Q_{cic} = S_c \cdot 760 \cdot \sqrt{\left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{0,571} - \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{0,286}} \quad \text{et} \quad Q_{cn} = S_c \cdot 760 \cdot \sqrt{\left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{-1,429} - \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{-1,714}}$$

Forte dépression interne (sonique avec $P_{cic} < -4,87 \text{ mCE}$)

$$Q_{cic} = S_c \cdot 198,56 \cdot \frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} \quad \text{et} \quad Q_{cn} = 198,56 \cdot S_c$$

Ces quatre équations peuvent être représentées sur un même graphique dans lequel en abscisse figure Q_{cic}/S_c et en ordonnée la pression régnant dans la canalisation P_{cic} en relatif (c'est à dire la perte de charge de l'appareil d'évacuation ou de rentrée d'air).

Courbes caractéristiques



Observations diverses

Points caractéristiques soniques :

Pcic (en pression relative)	Qcic/ Sc	Qcn/Sc
- 4,87 mCE	375 m/s	198 m/s
9,22 mCE	198 m/s	371 m/s

Point caractéristique à $Q = 0$

L'équation de la tangente pour $Q(cic)/Sc$ est :

$$Q_t/Sc = 198,56 \cdot (P_{cic} + P_{ext}) / P_{ext}$$

Ainsi pour $Q(CIC) = 0$, alors $P_{cic} = - P_{ext}$, d'où le point d'intersection de la tangente avec l'axe de y pour la pression extérieure nulle en absolue, soit - 10,33 mCE.

7 Commentaires et applications

7.1 - Influence altitude

L'utilisation de la notion de Dte permet une formalisation théorique des performances des appareils d'entrée et sortie d'air avec les conditions de pressions atmosphérique externe. Il est ainsi possible d'adapter une courbe de performance d'un constructeur pour différentes altimétries.

L'altitude à laquelle se trouve le dispositif influe sur la pression extérieure et donc sur le rapport $\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}$ qui a une conséquence directe sur le débit.

Variation de la pression atmosphérique suivant l'altitude

Source: météoFrance

Altitude	0	500	1000	1460	2000	2500	3000
Pext (bar)	1,013	0,954	0,899	0,85	0,795	0,75	0,701
Pext (mCE)	10,33	9,72	9,16	8,66	8,10	7,64	7,14

Application

Entrée-Sortie d'air sur une conduite forcée à différentes altitudes

Valeurs Qcic / Sc, suivant l'altitude pour différentes pressions internes conduite

Altitude (NGF)	0	500	1000	1460	2000
Sortie d'air et P _{cic} : 4 mCE	179 m/s	181 m/s	183 m/s	185 m/s	187 m/s
Sortie d'air et P _{cic} : 20mCE	198 m/s	198 m/s	198 m/s	198 m/s	198 m/s
Entrée d'air et P _{cic} : -2 mCE	197 m/s	205 m/s	212 m/s	220 m/s	230 m/s

Observations

Pas d'influence de l'altitude en sortie d'air sous pression mais une influence non négligeable en débit de sortie d'air.

En sortie d'air sous basse pression, pour une pression interne relative de 4 mCE, lorsque l'altitude augmente, la pression extérieure diminue donc le terme $\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}$ diminue, ce qui mène à une augmentation de Qcic/Sc.

Nota :

Il faut faire attention au décalage des conditions soniques qui sont régie par :

$$\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a} = 0.528 \text{ en sortie d'air et par } \frac{P_{cic}^a}{P_{ext}} = 0.528 \text{ en entrée d'air.}$$

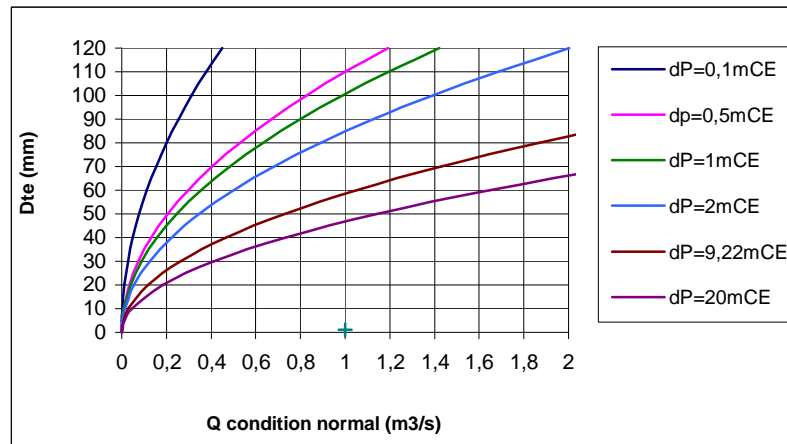
7.2 - Pré-détermination d'un Dte à partir du débit attendu

Une autre forme de représentation graphique qui permet de prédéterminer rapidement le Dte à partir de la simple connaissance de la perte de charge et du débit Qair (CN) peut être obtenue en inversant les formules du débit pour Pext et P_{cic} données.

Par exemple le débit de sortie d'air en condition normale:

$$Q_{cn} = 760 \cdot Sc \cdot \sqrt{\left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{-0,571} - \left(\frac{P_{ext}}{P_{cic}^a}\right)^{-0,286}}$$

avec $Sc = \pi \cdot Dte^2$ et $dP = P_{cic} = P_{cic}^a - P_{ext}$



Exemple : Pour perte de charge = 2 mCE et Qair (CN) = 0,35 m³ / s, on a Dte = 50 mm

7.3 Estimation des performances d'un appareil d'entrée et/ou sortie d'air

Les données techniques des fournisseurs ne renseignent pas toujours sur les performances des appareils d'entrée et/ou sortie d'air.

Il est possible, en première approche, de calculer un Dte approché en considérant une contraction maximale de l'écoulement au niveau de l'orifice d'entrée et/ou sortie de l'appareil.

Si l'on considère ainsi une section d'orifice d'un diamètre d, et sachant que le coefficient de contraction maximale d'un écoulement est de 0,6 en faisant l'analogie avec un diaphragme sur une conduite.

Ainsi

$$(\pi \cdot Dte^2 / 4) = 0,6 (\pi \cdot d^2 / 4), \text{ soit } Dte = 0,77 \cdot d$$

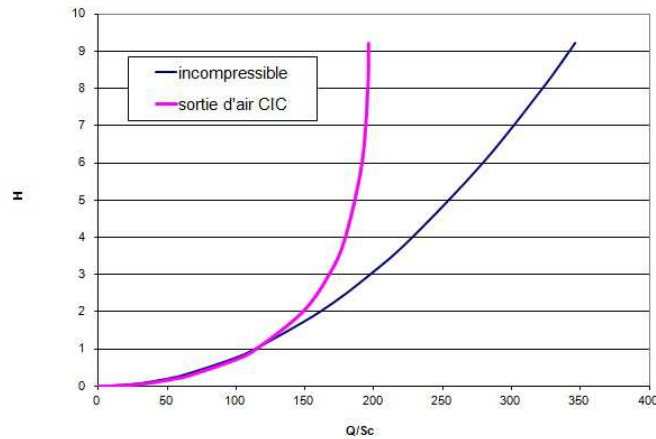
avec d = diamètre de l'orifice

La prise en compte d'un coefficient de sécurité supplémentaire, sur la base d'une section d'orifice réduite de 20 %, pour des raisons diverses, dont dissymétrie d'écoulement, la valeur du Dte est alors de :

$$Dte = 0,69 \cdot d$$

7.4 - Limite admissible pour considérer l'air incompressible

Sur le graphique ci-dessous est représentée la variation de Q_{cic}/S_c avec P_{cic} calculé précédemment (en sortie d'air). Cette courbe est à comparer avec la parabole en $\alpha \cdot Q^2$ (en bleue) représentant la perte de charge singulière pour un écoulement incompressible.



Suivant ce graphique, l'air peut être considéré comme incompressible pour une surpression relative maximum dans la conduite de 0,7 mCE et une vitesse de passage maxi de 100 m/s

Dans ce cas, la perte de charge de l'appareil d'entrée sortie d'air peut s'exprimer sous la forme d'un coefficient alpha de la forme $\Delta H = \alpha \cdot Q^2$

7.5 - Remplissage sonique

Lorsque la pression est supérieure à 9,22 mCE, la vitesse de l'air est limitée à 198 m/s au col de la tuyère. Il y a un blocage du débit (choked flow).

On a alors pour une section de col donnée $Q_{air} (CIC) = Q_{eau} = \text{constante}$, même en augmentant la pression, le débit n'augmentera pas. Cette propriété permet de contrôler un débit de remplissage de conduite dans le cas de remplissage avec pressurisation de la conduite.

Ce mode de remplissage est appelé remplissage dans des conditions soniques ou tout simplement remplissage sonique.

Le débit Q_{eau} est connu puisque égal au débit d'air Q_{cic} qui s'échappe par l'orifice.

$$Q_{eau} = Q_{air} (CIC)$$

La vitesse d'évacuation d'air est constante en conditions soniques $V_{cic} = 198 \text{ m/s}$

Ainsi $Q_{eau} = V_{cic} \cdot S_c$ (orifice), soit

$$Q_{eau} = 198 \cdot \pi \cdot D_{te}^2 / 4$$

(débit maxi obtenu quelque soit la pression).

Lorsque cette propriété est mise à profit, l'appareil s'appelle un purgeur sonique, c'est un appareil qui permet le remplissage à faible débit d'une canalisation et le contrôle de ce débit.

Le contrôle du débit se fait ainsi par l'aval et est déterminé par le diamètre de l'orifice d'évacuation d'air.

Attention :

La limite supérieure de la section de sortie d'air, donc du débit de remplissage, est dépendante du coup de bélier de fin de remplissage admissible voir ci-après.

7.6 Coup de bélier de fin de remplissage sonique

L'évacuation d'air en pression, donc en conditions soniques, se fait à grande vitesse, l'écoulement de l'air à travers l'orifice de la ventouse étant de type sonique. En fin de purge d'air, l'eau arrive dans la ventouse et l'orifice d'évacuation d'air est brutalement obturé, il s'ensuit un coup de bélier de fin de purge de l'air, également appelé coup de bélier de fin de remplissage.

La surpression est alors égale à :

$$\Delta H = a \cdot \Delta Q / (g \cdot S_D) \text{ (Joukovski)}$$

Rappel :

Le débit Q_{eau} est connu et égal au débit d'air Q_{cic} qui s'échappe par l'orifice de la ventouse :

$$Q_{\text{eau}} = Q_{\text{air}} \text{ (CIC)}$$

La vitesse d'évacuation d'air est constante en conditions soniques

$$V_{\text{cic}} = 198 \text{ m/s} - \text{Ainsi } Q_{\text{eau}} = V_{\text{cic}} \cdot S_{\text{c}} \text{ (orifice), soit } Q_{\text{eau}} = 198 \cdot \text{Pi} \cdot D_{\text{te}}^2 / 4$$

avec D_{te} diamètre de la tuyère équivalente à l'orifice d'évacuation d'air
et la section conduite $S_D = \text{Pi} \cdot D_c^2 / 4$ avec D_c diamètre de la conduite

On en déduit la surpression en mCE de fin de purge d'air, qui dépend de la nature de la conduite et du rapport D_{te} / D_c (diamètre de la conduite), soit :

$$\Delta H = (a/g) \cdot 198 \cdot (D_{\text{te}}/D_c)^2$$

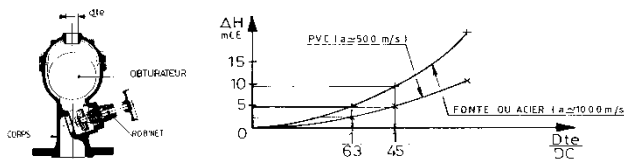
Cette surpression se rajoute à la pression initiale existant dans la conduite.

Dans le cas d'un purgeur sonique ou d'une ventouse de dégazage, la surpression maximale admissible conditionne le dimensionnement de la section de passage d'évacuation d'air.

Dimensionnement de l'orifice d'évacuation d'air pour limiter les surpressions

On peut tracer une courbe permettant de caractériser la surpression maximale pour un purgeur sonique placé en point haut primaire. Le point haut primaire se trouve généralement en extrémité de conduite contrairement au point haut secondaire qui se trouve sur un point intermédiaire. La surpression sur un point haut secondaire se répartie de part et d'autre du point haut et sera, en conséquence, réduite de moitié.

Courbe donnant la surpression en fin de remplissage suivant D_{te}/D_c pour un point haut primaire.



N.B. : Le modèle ci-dessus ne ventouse pas en pression, mais il existe des modèles qui permettent d'assurer cette fonction, le flotteur est alors très volumineux.

Valeurs caractéristiques

D_{te}/D_c suivant surpression et type de conduite en point haut primaire

Surpression admise	5 mCE	10 mCE	20 mCE
D_{te}/D_c avec $a = 1000 \text{ m/s}$ (métallique)	1/63	1/45	1/32
D_{te}/D_c avec $a = 500 \text{ m/s}$ (plastique)	1/45	1/32	1/22

7.7 Mesures des performances d'un appareil d'entrée/sortie d'air

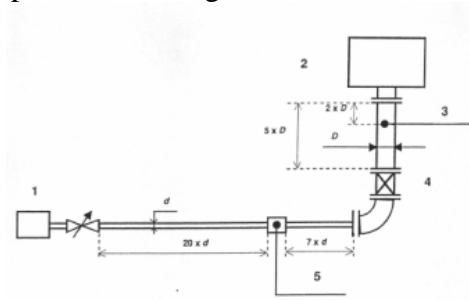
Les mesures des performances des appareils d'entrée et/ou sortie d'air suivant la norme NF EN 1074-4 indique des montages d'essais.

Il est recommandé que les résultats d'essais précisent bien la norme de référence, sachant que ce montage ne représente pas exactement la réalité.

Ces résultats d'essais peuvent être corrigés sur la base de la théorie développée préalablement.

Cas du désaéragement de la conduite (sortie d'air)

Montage d'essais pour le désaéragement de la conduite

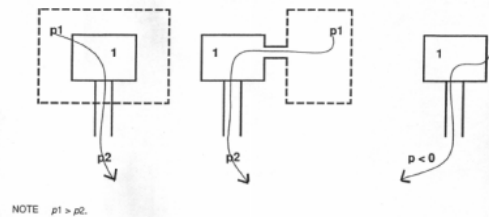


Observations

La prise de pression statique en parois au point n3 est affectée par les conditions de mise en vitesse dans la conduite de mesure et par les pertes de charge singulières entre la conduite principale de grand diamètre et le DN de raccordement de l'appareil de désaéragement.

Cas de l'aéragement de la conduite (entrée d'air)

Montage d'essais pour l'aéragement de la conduite



Observation

Une mesure par aspiration ($P_{cic} < 0$) est la condition d'essai à privilégier pour ne pas devoir faire des corrections compliquées. Les résultats de mesure avec prise de pression en parois, sur le même diamètre de raccordement que le DN de l'appareil, sont bien représentatifs des performances effectives des appareils d'entrée d'air (dans le cas de mesures en dépression), le terme en énergie cinétique est définitivement perdu lors de l'élargissement brusque à l'arrivée de l'écoulement dans la conduite principale.

Annexe 1: Equations de mécanique des fluides et thermodynamique

Nous rappelons ici des notions de mécanique des fluides utiles pour la modélisation d'un appareil d'entrée-sortie d'air.

Equations d'Euler

Le système d'équations régissant un écoulement compressible d'un fluide idéal, entre deux états 1 et 2, est donné par les équations d'Euler :

$$\begin{aligned}\rho_1 \cdot Q_1 &= \rho_2 \cdot Q_2 && \text{Conservation de la masse} \\ P_1 + \rho_1 \cdot u_1^2 &= P_2 + \rho_2 \cdot u_2^2 && \text{Conservation de la quantité de mouvement} \\ H_1 &= H_2 && \text{Conservation de l'énergie}\end{aligned}$$

On rappelle que H est l'enthalpie totale définie par (Seconde loi de Joule) :

$$H = E + \frac{P}{\rho} = h + \frac{V^2}{2} + g \cdot z \quad \text{et} \quad h = C_p \cdot T$$

Loi des gaz parfaits

L'air est un gaz, compressible, qui peut être considéré comme un gaz parfait. Il obéit alors à la loi des gaz parfaits : $P = \rho \cdot r \cdot T$

Avec P en pression absolue, T en ° Kelvin, r = 287 (unité SI) et ρ masse volumique en kg/m³ ($\rho = 1,184$ kg/m³ à T=25°C et P=10,33 mCE) –

Vitesse de l'air et nombre de Mach

On rappelle également la célérité du son dans l'air $a = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T}$

Avec $a_0 = 340$ m/s au niveau de la mer avec T = 293 °K, r = 287 J/Kg.K et $\gamma = 1,4$

On définit le nombre de Mach $M = \frac{V}{a}$

Pour les dispositifs d'entrée/sortie d'air, le nombre de Mach peut être supérieur ou inférieur à 1, l'écoulement est alors supersonique ($M > 1$) ou subsonique ($M < 1$).

Dans le cas d'un écoulement supersonique, l'apparition d'une onde de choc crée un blocage du débit massique.

Transformation isentropique ou isotherme

Coefficient polytropique de l'air : on introduit la grandeur $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ le rapport des chaleurs spécifiques isobare et isochore qui est une constante pour un gaz caloriquement parfait.

Dans le cas d'une transformation isentropique (adiabatique réversible), un gaz parfait obéit à

la loi de Laplace $\frac{P}{\rho^\gamma} = cst$ (vient de la conservation de l'entropie s et de la relation de Gibbs

$T \cdot ds = de + P \cdot dv = C_v \cdot dT + r \cdot T \cdot \frac{dv}{v}$ qui découle du 2nd principe de la thermodynamique)

Pour un écoulement d'air isentropique $\gamma = 1,4$.

Dans le cas de calcul numérique de régimes transitoires une valeur moyenne de $\gamma = 1,2$ peut être prise compte pour des écoulements incomplètement isentropiques ou isothermes, cas du logiciel Cebelmail.

Dans le cas d'une transformation isotherme (lente) $\gamma = 1$, dans un volume clos, un gaz parfait obéit à la loi de Boyle Mariotte $P \cdot V = Constante$ (dérivant de la loi des gaz parfait $P = \rho \cdot r \cdot T$). Cette loi est utilisée pour le réglage du remplissage du volume d'air d'un ballon anti-bélier.

Autre formulation conservation de l'énergie : Barré St Venant

L'équation de conservation de l'énergie, appliquée à un fluide compressible, est donnée par la conservation de l'enthalpie total (ou énergie totale) sur une ligne de courant

$H_1 = H_2$ avec $H = h + \frac{V^2}{2} + g.z$ et $h = Cp.T$ ($= e + \frac{P}{\rho}$) où Cp est le coefficient de chaleur spécifique isobare.

Pour une transformation isentropique $Cp = \frac{\gamma.r}{\gamma-1}$ où γ le coefficient polytropique, pour

l'air $\gamma = 1,4$.

Pour un gaz parfait $P = \rho.r.T$

Sous ces hypothèses on obtient la formulation de Barré St Venant de la conservation de l'énergie:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P}{\rho} = cst$$

Nota : on néglige l'effort de la pesanteur sur l'air

Remarque : en écoulement incompressible $h = \frac{P}{\rho}$ (l'écoulement se fait sans

échauffement) et on retrouve l'équation de Bernoulli $\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + g.z = cst$

Relation de pression pour un écoulement isentropique

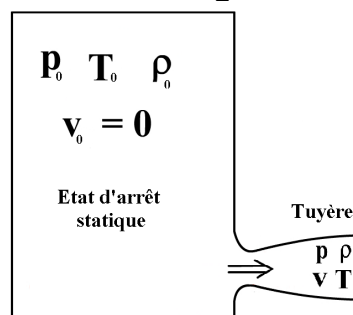
La relation pour un écoulement isentropique entre l'état de pression statique (état 0) et l'état de pression total à un point de l'écoulement est donnée par la relation :

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Origine:

Conservation de l'énergie entre un état d'arrêt (état réel ou virtuel) correspondant ici à l'état intérieur où le fluide est statique (P_0, T_0).

$$Cp.T_0 = Cp.T + \frac{u^2}{2}$$



Il vient $\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot \frac{V^2}{\gamma.r.T}$ (nota : $Cp = \frac{\gamma.r}{\gamma-1}$)

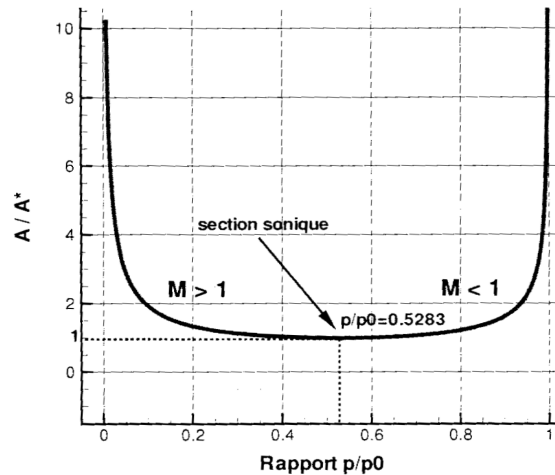
Et $a = \sqrt{\gamma.r.T}$ donc $\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2$

Avec la relation des gaz parfait $P = \rho \cdot r \cdot T$ et la loi de Laplace $\frac{P}{\rho^\gamma} = cst$ on en

déduit la relation :

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

(Pression en valeur absolue)



source: cours compressible ense3

$\frac{A}{A^*} = \frac{\text{Section de l'écoulement}}{\text{Section sonique}}$, la section sonique correspond à la section pour laquelle l'écoulement est sonique ($M=1$).

A l'aide de la relation de Laplace on obtient facilement $\frac{T_0}{T} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2\right)$

Dans le cas où l'écoulement devient sonique, $M=1$ alors on a la relation :

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Et avec la relation de Laplace on obtient facilement :

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Applications numériques :

$$\frac{P}{P_0} = 0.528 \text{ et } \frac{\rho}{\rho_0} = 0.634$$

Vitesse d'écoulement pour transformation isentropique

On utilise l'équation de Barré St Venant entre un état statique (indice 0) et un état quelconque (obtenue par une transformation isentropique) :

$$\frac{V^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P_0}{\rho_0} \text{ car } V_0=0 \text{ (état statique)}$$

$$\text{On en déduit } V = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma-1}} \cdot \sqrt{\frac{P_0}{\rho_0} - \frac{P}{\rho}}$$

$$\text{Or } P = \rho \cdot r \cdot T$$

$$\text{Or } a = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T} \text{ et, loi de Laplace } \frac{P}{\rho^\gamma} = cst \text{ implique } \frac{T}{T_0} = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\text{Donc } V = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} \cdot a_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

Application numérique

$$\gamma = 1.4$$

$$a = 340 \text{ m/s}$$

$$V = 760 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{0,286}}$$

Nota : Pour $M=1$, l'écoulement au col est sonique et on a $\frac{P_c}{P_0} = 0.528$

$$\text{On trouve } V_c = 310.5 \text{ m/s}$$

Dans le cas où le col est sonique alors la vitesse au col est la vitesse des ondes,

$$\text{c'est-à-dire } V_c = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_c} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot \frac{P_c}{\rho_c}} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot \frac{P_0}{\rho_0} \cdot \frac{0,528}{0,634}} = 0,913 \cdot a_0$$

Pour $a_0=340 \text{ m/s}$ on trouve $V_c=310.4 \text{ m/s}$.

On recolle bien avec le calcul de la vitesse en écoulement isentropique.

Débit massique

Le débit massique est conservé le long de l'écoulement d'après la conservation de la masse. On le note Q_m .

Quelque soit l'endroit de l'écoulement, de section de passage S , $Q_m = \rho \cdot u \cdot S$

On peut formuler le débit massique sous cette forme :

$$Q_m = \rho \cdot a \cdot M \cdot S = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot \frac{a}{a_0} \cdot M \cdot S \cdot \rho_0 \cdot a_0$$

Où l'indice 0 correspond à l'état d'arrêt isentropique (statique) associé à l'écoulement. Compte tenu de la loi des gaz parfaits $P = \rho \cdot r \cdot T$ et de la définition de la vitesse d'onde

$$a = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T} \text{ on peut écrire } Q_m = \frac{P}{P_0} \cdot \sqrt{\frac{T_0}{T}} \cdot \frac{P_0}{r \cdot T_0} \cdot \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_0} \cdot M \cdot S$$

En utilisant les relations précédentes valables en écoulement isentropique liants $\frac{P_0}{P}$ et

$$\frac{T_0}{T} \text{ au nombre de Mach on en déduit : } Q_m = P_0 \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{r \cdot T_0}} \cdot M \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \cdot S$$

Le rapport $\frac{Q_m}{S}$ atteint un maximum pour la section S la plus petite, or la valeur

minimale qui peut être prise par la section correspond à la section sonique dans laquelle le nombre de Mach $M=1$. La section sonique dans les dispositifs d'entrée sortie d'air est le col de la tuyère lorsque les conditions de pression sont remplis pour avoir un écoulement sonique.

Donc quand l'écoulement est sonique le débit atteint un maximum fonction de la section

$$\text{au col et est égale à } \frac{Q_m}{S} = P_0 \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{r \cdot T_0}} \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}}}$$

A.N pour $\gamma = 1,4$:

Le débit massique transitant dans la tuyère lorsque les conditions soniques sont atteintes est :

$$\boxed{\frac{Q_{m \text{ sonique}}}{S_c} = 0,68473 \cdot \frac{P_0}{\sqrt{r \cdot T_0}}}$$

Le débit maximal qui peut passer dans une tuyère pour laquelle l'état sonique est atteint au col de la tuyère est donc donné par la formule précédente et ne dépend que de la section du col S_c et des conditions d'arrêt du réservoir qui alimente la tuyère.

Bibliographie

Maurice MEUNIER (1980)

Les coups de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression

Ecole Nationale du Génie Rural des Eaux et des Forêts

CS LAUHLAN, M ESCAMARAMEIA,, RWP MAY, R BURROWS, C GAHAN (2005)

Air in Pipelines - A Litterature Review

HR Wallingford